

новодстве и кормопроизводстве в условиях интенсификации: сборник научных трудов. – Л.: НИПТИМЭСХ, 1987. – Том 51. – 158с.

4. Афанасьев, В.Н. Исследование процесса разделения навоза в радиальном отстойнике / В.Н. Афанасьев, И.А. Марцулевич // Технология и механизация заготовки кормов и работ на животноводческих фермах. - 1979. – С. 74-77.

5. Земченко, Г.Н. Исследование осадков сточных вод свинофермы / Г.Н. Земченко, О.А. Суржко // Очистка природных сточных вод. – 1984. – С. 114-117.

6. Дурдыбаев, С. Очистка навозных стоков / С. Дурдыбаев // Сельский механизатор. – 2005. - № 8. – С. 34-35.

7. Брюханов, А. Ю. Автоматизирован-

ное проектирование технологических линий приготовления органических удобрений на основе навоза и помета / А.Ю. Брюханов, И.А. Субботин // Вестник Всероссийского научно-исследовательского института механизации животноводства. – 2009. – Т. 20. – № 3. – С. 222-227.

8. Васильев, Э.В. Повышение эколого-экономической эффективности процесса использования жидкого органического удобрения путем автоматизированного выбора рациональных вариантов технологий транспортировки и внесения в условиях Северо-Западного региона / Э.В. Васильев // Вестник Всероссийского научно-исследовательского института механизации животноводства. – 2013. - №4. - С. 127-133.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦЫ МАТЕРИАЛА В УСТРОЙСТВЕ СО СПИРАЛЬНО-ВИНТОВЫМ РАБОЧИМ ОРГАНОМ

**Исаев Юрий Михайлович**, доктор технических наук, профессор кафедры «Математика и физика»

**Семашкин Николай Михайлович**, кандидат технических наук, доцент кафедры «Математика и физика»

ФГБОУ ВПО «Ульяновская ГСХА им. П.А. Столыпина»

432017, г. Ульяновск, бульвар Новый Венец, 1; тел.: 8 (84231) 55-95-49,

e-mail: emotion.snm@mail.ru

**Ключевые слова:** спиральный винт, траектория движения, частица материала, скорость, ускорение, радиус кривизны, инерционная сила.

Рассмотрено движение частицы сыпучего материала по поверхности спирального винта и его взаимодействие с внутренней поверхностью кожуха. Рассмотрен участок развертки спирального винта для определения перемещения частицы материала. Приведены выражения для определения абсолютной скорости перемещения частицы материала и составляющих ускорения её движения. Получено уравнение для определения инерционной силы частицы, учитывающее её динамические значения и геометрические параметры спирального винта.

### Введение

Спирально-винтовые устройства в настоящее время широко применяют в сельскохозяйственном производстве для перемещения жидких и сыпучих материалов. Однако существующие теоретические решения таких процессов недостаточно точны и требуют существенных доработок.

При проектировании и расчете спирально-винтовых устройств необходимо располагать данными о характере взаимодействия между их параметрами и кинематическими характеристиками перемещаемого материала.

Правильное теоретическое решение рассматриваемой задачи представляет труд-

ности в связи со сложным движением перемещаемой сыпучей массы и напряженного ее состояния в пространстве.

### Объекты и методы исследований

Рассмотрим проволочную спираль, поверхность которой образована перемещением радиуса  $r_2$ , нормального к оси спирального винта [1, 2, 3]. При этом будем считать, что один конец этого радиуса остается на оси спирального винта, а другой перемещается по винтовой линии (рис. 1).

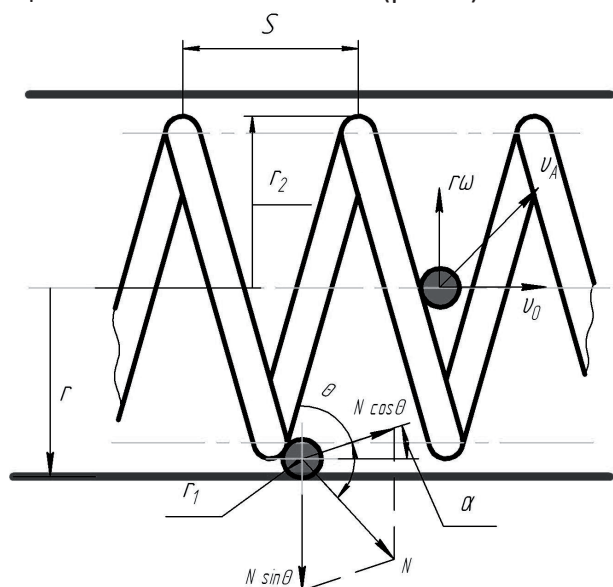


Рис. 1 – Разложение нормальной реакции проволочного витка спирали на составляющие

Поверхность спирали, построенная определенным образом, носит название прямого геликоида. Перемещение радиуса  $r_2$  за один полный оборот дает шаг спирали  $S$ . При этом

$$\operatorname{tg} \alpha = S / \pi D, \quad (1)$$

где  $\alpha$  – угол подъема направляющей винтовой линии, град;  $S$  – шаг спирального винта, м;  $D$  – наружный диаметр спирального винта, равный  $2r_2$ , м.

Спираль входит в направляющий цилиндр с небольшим зазором. Представим, что на поверхности спирали располагается частица материала с массой  $m$ , соприкасающаяся своей внешней поверхностью с поверхностью цилиндрического кожуха. При движении эта частица может только скользить по этой поверхности. Примем, что движению не препятствует трение частицы по

поверхности спирали, так как угол трения частицы о спираль меньше угла подъема винтовой линии, т. е.  $\alpha > \varphi$ .

Спиральный винт вращается по часовой стрелке с угловой скоростью  $\omega$  и по истечении времени  $\Delta t$  участок развертки винтовой линии  $MN$  переходит в положение  $M_1N_1$  (рис. 2).

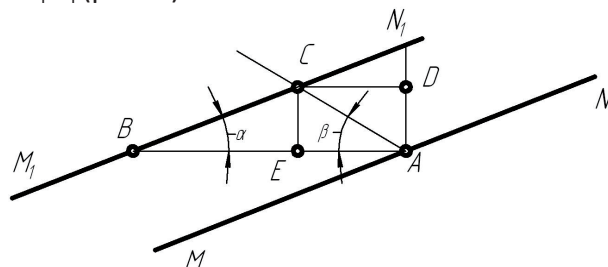


Рис. 2 – Развертка участка спирального винта

Если бы частица массой  $m$  оставалась неподвижной на поверхности спирали, то спираль переместила бы частицу материала в точку  $B$ , расстояние от которой до точки  $A$ , измеряемое по дуге окружности радиусом  $r$ ,  $AB = r\omega\Delta t$ . (2)

Трение о внутреннюю поверхность цилиндрического кожуха несколько задерживает частицу в этом переносном движении, поэтому она скользит по поверхности спирали и оказывается расположенной в точке  $C$ .

Абсолютное перемещение частицы будет при этом равно  $AC$ , а её перемещение вдоль оси цилиндрического кожуха –  $AD$ . Отрезок  $AD = EC$  представляет собой перемещение частицы материала вдоль кожуха.

Таким образом, осевое перемещение частицы объясняется трением последней о стенку цилиндра. Сила трения поддерживается за счет инерционной силы, развиваемой частицей материала. Если инерционная сила недостаточна, то частица, находящаяся в точке  $A$ , либо останется в ней, либо будет скатываться по спирали [4, 5, 6].

Осевая скорость частицы при поступательном движении

$$v_0 = \frac{AD}{\Delta t}. \quad (3)$$

Абсолютная скорость  $v_A$ , направленная по линии  $AC$ ,

$$v_A = \frac{AC}{\Delta t} \quad (4)$$

Согласно рисунку 2, имеем:

$$(AC)^2 = (AD)^2 + (AE)^2 = (AD)^2 + \left(AB - \frac{AD}{\operatorname{tg}\alpha}\right)^2$$

После подстановки в это уравнение соответствующих значений из уравнений (2), (3) и (4) и деления на  $\Delta t$  получим:

$$v_A^2 = v_0^2 + \left(r\omega - \frac{v_0}{\operatorname{tg}\alpha}\right)^2 \quad (5)$$

Одновременно

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{AC}{AE} = \frac{AC}{AB - BE} = \frac{AC}{AB - AD / \operatorname{tg}\alpha},$$

где  $\beta$  – угол между отрезками  $AC$  и  $AE$ , град.

Также на основании уравнений (2) и (3) имеем:

$$\operatorname{tg}\beta = v_0 / (r\omega - v_0 / \operatorname{tg}\alpha). \quad (6)$$

Зная значение угла  $\beta$ , можно определить радиус кривизны траектории  $AC$  частицы массой  $m$  при её абсолютном движении.

Рассечем цилиндр плоскостью, наклоненной под углом  $\beta$  к его основанию. У полученного эллипса полуоси  $a$  и  $b$  равны:

$$a = \frac{r}{\cos\beta}; \quad b = r.$$

Радиус кривизны дуги эллипса в точке наименьшего радиуса:

$$r_y = \frac{a^2}{b} = \frac{r}{\cos^2\beta} = r(1 + \operatorname{tg}^2\beta)$$

Подставив значение  $\operatorname{tg}\beta$  из формулы (6), получим:

$$r_y = r \left[ 1 + \left( \frac{v_0}{r\omega - v_0 / \operatorname{tg}\alpha} \right)^2 \right]. \quad (7)$$

При этом нормальное ускорение

$$a_n = \frac{v_A^2}{r_y}$$

После подстановки значений  $v_{AP}$  и  $r_y$

$v_A$  из уравнений (5) и (7) получим:

$$a_n = \frac{v_0^2 + (r\omega - v_0 / \operatorname{tg}\alpha)^2}{r \left[ 1 + \left( \frac{v_0}{r\omega - v_0 / \operatorname{tg}\alpha} \right)^2 \right]} = \frac{1}{r} (r\omega - v_0 / \operatorname{tg}\alpha)^2$$

Соответствующая этому нормальному ускорению инерционная сила

$$F_i = ma_n = m(r\omega - v_0 / \operatorname{tg}\alpha)^2 / r \quad \text{или}$$

$$F_i = mr(\omega - 2\pi v_0 / S)^2 = \omega_{\text{пр}}^2 mr, \quad (8)$$

где  $\omega_{\text{пр}} = \omega - \frac{2\pi v_0}{S}$  – приведенная условная угловая скорость,  $\text{с}^{-1}$ , [7, 8, 9].

Построение траектории движения частицы материала моделируется с помощью уравнений Навье-Стокса [10], описывающих в нестационарной задаче законы сохранения массы, импульса и энергии данной среды. Также уравнениями состояния компонентов текучей среды моделируются турбулентные, ламинарные и переходные течения. Переход между ламинарным и турбулентным течением определяет критическое значение числа Рейнольдса. В результате уравнения Навье-Стокса имеют дополнительные члены – напряжения по Рейнольдсу. Для дальнейшего исследования этой системы уравнений используют уравнения переноса кинетической энергии турбулентности  $k$  и ее диссипации  $\epsilon$  в рамках  $k - \epsilon$  модели турбулентности.

Полученная система уравнений сохранения массы, импульса и энергии нестационарного пространственного течения имеет следующий вид в рамках подхода Эйлера в декартовой системе координат  $(x_i, i = 1, 2, 3)$ , вращающейся с угловой скоростью  $\omega$  вокруг оси, проходящей через ее начало:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho u_k) = 0,$$

$$\frac{\partial (\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i u_k - \tau_{ik}) + \frac{\partial P}{\partial x_i} = S_i,$$

$$\frac{\partial (\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} ((\rho E + P)u_k + q_k - \tau_{ik} u_i) = S_k u_k + Q_H,$$

где  $\rho$  – плотность текучей среды,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;  $t$  – время,  $\text{с}$ ;  $u_k$  – скорость текучей среды в турбулентном потоке,  $\text{м}/\text{с}$ ;  $x_k$  – перемещение частицы материала в турбулентном потоке,  $\text{м}$ ;  $u_i$  – скорость текучей среды в декар-

товой системе координат, м/с;  $P$  – давление текучей среды, Па;  $S_i$  – внешние силы, действующие на единичную массу текучей среды, учитывающие влияния сопротивления, гравитации и вращения системы координат, Н;  $E$  – полная энергия единицы массы текучей среды, Дж;  $Q_H$  – теплота, выделяемая тепловым источником в единичном объеме текучей среды, Дж;  $\tau_{ik}$  – тензор вязких сдвиговых напряжений, Н/м<sup>2</sup>;  $q_k$  – диффузионный тепловой поток, кг·м<sup>2</sup>/с.

Кинетическую энергию турбулентности  $k$  и диссипацию этой энергии  $\varepsilon$  определим в результате решения следующих двух уравнений:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho u_k k) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \left( \mu_1 + \frac{\mu_2}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_k} \right) + S_k,$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho u_k \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \left( \mu_1 + \frac{\mu_2}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} \right) + S_\varepsilon,$$

где  $\mu_1$  – коэффициент динамической вязкости, Па·с;  $\mu_2$  – коэффициент турбулентной вязкости, Па·с,  $\mu_2 = f \frac{C \rho k^2}{\varepsilon}$ ;

$$f = \left[ 1 - \exp(-0,025 \text{Re}_y) \right]^2 \cdot \left( 1 + \frac{20,5}{\text{Re}_T} \right);$$

$\text{Re}_y = \frac{\rho \sqrt{ky}}{\mu_1}$ ;  $\text{Re}_T = \frac{\rho k^2}{\mu_1 \varepsilon}$ ;  $y$  – расстояние от поверхности стенки до потока текучей среды;  $C = 0,09$ ;

$$S_k = \tau_{ij}^R \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \rho \varepsilon + \mu_1 P_B;$$

$$S_\varepsilon = C_1 \frac{\varepsilon}{k} \left( f_1 \tau_{ij}^R \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \mu_2 C_B P_B \right) - C_2 f_2 \frac{\rho \varepsilon^2}{k};$$

$$\tau_{ij}^R = \mu_2 \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij};$$

$$P_B = - \frac{g_i}{\sigma_B} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x_i};$$

$g_i$  – составляющая гравитационного ускорения в координатном направлении  $x_i$ ,  $\sigma_B = 0,9$ ,  $C_B = 1$  при  $P_B > 0$  и  $C_B = 0$  при  $P_B$

$$\leq 0, \quad f_1 = 1 + \left( \frac{0,05}{f} \right)^3, \quad f_2 = 1 - \exp(-R_T^2), \quad C_1 = 1,44,$$

$$C_2 = 1,92, \quad \sigma_\varepsilon = 1,3, \quad \sigma_k = 1.$$

Для моделирования ламинарных течений данная система уравнений несколько модифицируется, а именно  $\mu_i = 0$  и  $k = 0$ . С помощью функции  $f$  моделируется переход ламинарного течения в турбулентное и турбулентного в ламинарное.

### Результаты исследований

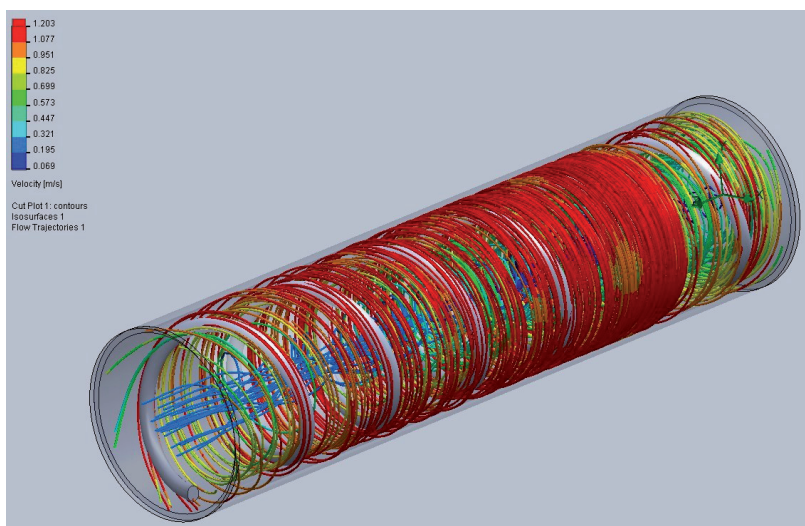
Для изучения траектории движения частицы материала в устройстве со спирально-винтовым рабочим органом в программе трехмерного моделирования SolidWorks была построена модель спирально-винтового рабочего органа, установленного в кожухе круглого сечения. С помощью дополнительных модулей SolidWorks, в Flow Simulation выполнено теоретическое моделирование движения материала, рассчитана абсолютная скорость движения частицы материала в кожухе при её перемещении вращающимся спиральным винтом (рисунки 3, 4).

Из рисунков 3 и 4 видно, что большинство частиц описывают спиралевидные траектории, а другие перемещаются по центру кожуха. Максимальная скорость движения наблюдается у частиц, перемещаемых по спиралевидной траектории, приближенной к внутренней поверхности кожуха. Максимальная скорость частиц у внутренней поверхности кожуха объясняется тем, что вращающийся спиральный винт обеспечивает лучшее перемещение материала возле своей поверхности, закручивая материал, расположенный у внутренней поверхности кожуха.

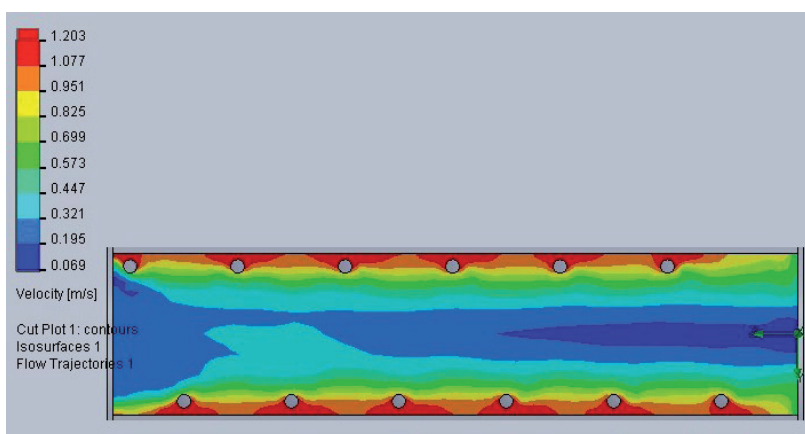
### Выводы

Таким образом, построенная модель движения частиц материала в устройстве со спирально-винтовым рабочим органом адекватно описывает процесс их перемещения.

Практическая проверка проведенных теоретических исследований показала правильность полученных моделей распределения скоростей частиц внутри устройства со спирально-винтовым рабочим органом, при этом погрешность не превысила 4,5 %.



**Рис. 3 – Трехмерная модель траекторий движения частиц материала в кожухе**



**Рис. 4 – Распределение абсолютных скоростей движения частиц материала**

#### Библиографический список

1. Груздев, И.Э. Теории шнековых устройств / И.Э. Груздев, Р.Г. Мирзоев, В.И. Яиков. – Л.: Изд-во Ленинградского университета, 1978. – 144 с.
2. Исаев, Ю.М. Длинномерные спирально-винтовые транспортирующие устройства: монография / Ю.М. Исаев. – Ульяновск: УГСХА, 2006. – 433 с.
3. Исаев, Ю.М. Обоснование процесса перемещения семян спирально-винтовым рабочим органом / Ю.М. Исаев, Н.М. Семашкин, Н.Н. Назарова // Вестник Ульяновской государственной сельскохозяйственной академии. – 2011. – № 1. – С. 97- 99.

4. Давление спирально-го винта на частицу материала / Ю.М. Исаев, Н.М. Семашкин, Н.Н. Назарова, В.А. Злобин // Современные наукоемкие технологии. – 2010. – Т. 9.- С. – 175...176.

5. Спирально-винтовые устройства в сельском хозяйстве / Ю.М. Исаев, Х.Х. Губейдуллин, И.И. Шигапов, Н.М. Семашкин // Научный вестник Технологического института - филиала ФГБОУ ВПО «Ульяновская ГСХА им. П.А. Столыпина». – 2013. – № 11. – С. 116-123.

6. Гутьяр, Е. Я. Элементарная теория вертикального винтового транспортёра / Е.Я. Гутьяр // Труды МИМЭСХ им. В.М. Молотова. – М.: Машгиз, 1956. – Т. 2. – С. 8-12.

7. Желтов, В. П. Расчёт спиральных винтовых конвейеров/ В.П. Желтов // Вестник машиностроения. – 1975. – № 5. – С. 18...21.

8. Артемьев, В.Г. Расчет, изготовление и использование пружин различного назначения: монография / В.Г. Артемьев, Х.Х. Губейдуллин, В.И. Курдюмов, М.В. Воронина. – Ульяновск: УГСХА, 2010. – 221 с.

9. Тепловая обработка зерна в установках контактного типа: монография / В.И. Курдюмов, А.А. Павлушин, Г.В. Карпенко, С.А. Сутягин. – Ульяновск: УГСХА им. П.А. Столыпина. – 2013. – 290 с.

10. SolidWorks 2007/2008. Компьютерное моделирование в инженерной практике / А.А. Алямовский, А.А. Собачкин, Е.В. Одинцов, А.И. Харитонович, Н.Б. Пономарев. – Спб.: БХВ-Петербург –2008. – 1040 с.