УДК 631:362.7

АНАЛИЗ СПОСОБОВ КОНТРОЛЯ ПАРАМЕТРОВ БЕЗОПАСНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

С.В. Калачин, ГОУВПО «МГУ им. Н.П. Огарева»

Задачей контроля параметров безопасности технических систем является установление факта нахождения или не нахождения контролируемого параметра $\omega_д$ внутри нормативного допуска $\Delta\omega_д = [\omega_{дmin}, \ldots, \omega_{дmax})$. При контроле параметров безопасности технических систем возможно неправильное заключение, которое появляется из-за ошибок контроля первого и второго рода, связанных в основном с неполнотой контроля, погрешностями измерения и нестабильностью параметров. Информация о контролируемом параметре в виде дискретных значений наблюдаемого сигнала $\Omega_{дп} = (\omega_{д1}, \ldots, \omega_{дп})$ связана с погрешностью средств контроля tск так, что $\Omega_{дi} = \omega_{д1} + t_{скi}$ $(i = 1, n)$, где $t_{скi}$ – реализация случайной величины.

Задачу контроля можно идентифицировать с известной в теории статистических решений задачей проверки сложной гипотезы (решение «годен», то есть параметр находится в допуске) против сложной альтернативы (решение «не годен», то есть параметр находится вне допуска), а качество контроля оценивать средним риском [1]:

$$R = R_г + R_н = \int\limits_{\omega_д \in [\omega_{дmin}, \omega_{дmax}]} r_г(\omega_д) \cdot f(\omega_д) d\omega_д + \int\limits_{\omega_д \bar{\in} [\omega_{дmin}, \omega_{дmax}]} r_н(\omega_д) \cdot f(\omega_д) d\omega_д, \quad (1)$$

где $f(\omega_д)$ – плотность вероятности контролируемого параметра;

$$\begin{aligned} r_г(\omega_д) &= П_{гг}[1-\alpha(\omega_д)] + П_{гн}\alpha(\omega_д), \quad \omega_д \in [\omega_{дmin}, \omega_{дmax}], \\ r_н(\omega_д) &= П_{нг}\beta(\omega_д) + П_{нн}[1-\beta(\omega_д)], \quad \omega_д \bar{\in} [\omega_{дmin}, \omega_{дmax}] \end{aligned} \quad (2)$$

соответственно условные риски от принятия решения «годен» $R_г$ и «не годен» $R_н$, если контролируемый параметр имеет значение, равное $\omega_д$;

$$\begin{pmatrix} П_{гг}, & П_{гн} \\ П_{нг}, & П_{нн} \end{pmatrix} \text{ – матрица потерь,}$$

где $\alpha(\omega_д), \beta(\omega_д)$ – соответственно вероятности оши-бок первого и второго рода, если контролируемый параметр имеет значение, равное $\omega_д$.

На рис. 1 представлена зависимость между риском от принятия решения R и допуском на контролируемый параметр $\Delta\omega_д$. С увеличением допуска на контролируемый параметр вероятность того, что параметр $\omega_д$ находится в допуске увеличивается, поэтому кривая 1 возрастающая ($R_г$=0, при $\Delta\omega_д$=0). С увеличением допуска на контролируемый параметр вероятность того, что параметр $\omega_д$ находится вне допуске уменьшается, поэтому кривая 2 убывающая ($R_н$=1, при $\Delta\omega_д$= 0).

Задачу синтеза оптимального по критерию минимума среднего риска правила принятия решения рассмотрим для двух известных способов кон-троля: измерительного и допускового.

Измерительный контроль [2] дает возможность получить информацию о контролируемом параметре в виде выборки результатов измерений $\Omega_{дп}$. Выражения для вероятностей ошибок измеритель-

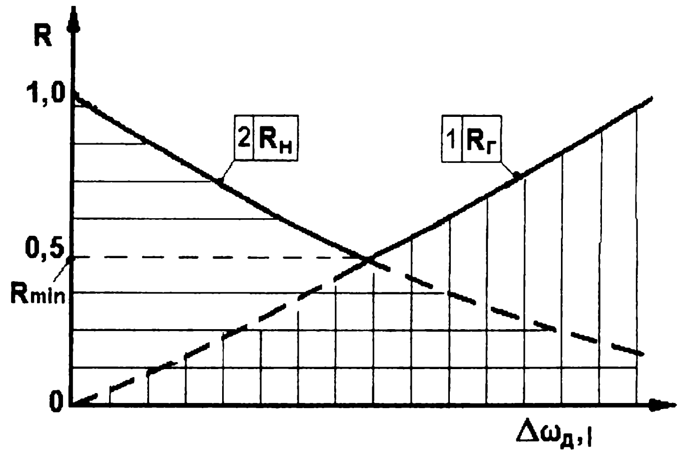

Рис. 1. Зависимость между риском от принятия решения R и допуском на контролируемый параметр $\Delta\omega_д$

ного контроля при условии взаимной независимости результатов измерений имеют вид:

$$\alpha_{и}(\omega_{д})=\int\limits_{\Omega_{дп}\in w_{н}}\ldots\int\prod_{i=1}^{n}\varphi(\Omega_{дi}-\omega_{д})d\Omega_{дi},\ \omega_{д}\in[\omega_{д\min},\omega_{д\max}];$$
$$\beta_{и}(\omega_{д})=\int\limits_{\Omega_{дп}\in w_{г}}\ldots\int\prod_{i=1}^{n}\varphi(\Omega_{дi}-\omega_{д})d\Omega_{дi},\ \omega_{д}\bar{\in}[\omega_{д\min},\omega_{д\max}], \quad (3)$$

где w_{I}, w_{II} – соответственно области пространства выборок, попадания в которые приводят к решениям «годен» и «не годен».

Преобразование (1) с учетом (2) – (3) приводит к следующему выводу: минимальное значение среднего риска будет получено в том случае, если в область wг попадут выборки, для которых выполняется условие:

$$P_{и}(\Omega_{дп})=\frac{\int\limits_{\omega_{д\min}}^{\omega_{д\max}}f(\omega_{д})\cdot\prod\limits_{i=1}^{n}\varphi(\Omega_{дi}-\omega_{д})d\omega_{д}}{\int\limits_{-\infty}^{\infty}f(\omega_{д})\cdot\prod\limits_{i=1}^{n}\varphi(\Omega_{дi}-\omega_{д})d\omega_{д}}\geq C= \quad (4)$$
$$=\frac{П_{нг}-П_{нн}}{П_{гн}+П_{нг}-П_{гг}-П_{нн}}.$$

Величина $P_{и}(\Omega_{дп})$ является апостериорной вероятностью того, что контролируемый параметр находится в допуске, если получена выборка результатов измерений $\Omega_{дп}$. Таким образом, оптимальный алгоритм измерительного контроля заключается в вычислении на основании полученной выборки результатов измерений $\Omega_{дп}$ апостериорной вероятности $P_{и}(\Omega_{дп})$ и сравнении ее с некоторым порогом c, зависящим от матрицы потерь: при $P_{и}(\Omega_{дп})\geq$ c принимается решение «годен», при $P_{и}(\Omega_{дп})<$ c – «не годен».

Оптимальный алгоритм измерительного контроля упрощается в случае, когда контролируемый параметр и погрешность измерения имеют нормальные плотности вероятностей с математическими ожиданиями $m_{\omega_{д}}$, $m_{t_{ск}}=0$ (предполагается отсутствие систематической погрешности) и среднеквадратическим отклонением $\sigma_{\omega_{д}}$, $\sigma_{t_{ск}}$ соответственно. В этом случае неравенство (4) приобретает вид:

$$P_{и}(y)=\Phi_{0}\left[\frac{x(1+z^{2})-y}{z\sqrt{1+z^{2}}}\right]+\Phi_{0}\left[\frac{k\cdot x(1+z^{2})+y}{z\sqrt{1+z^{2}}}\right]\geq c, \quad (5)$$

где

$$x=\frac{\omega_{д\max}-m_{\omega_{д}}}{\sigma_{\omega_{д}}};\quad k=\frac{m_{\omega_{д}}-\omega_{д\min}}{\omega_{д\max}-m_{\omega_{д}}};$$
$$z=\frac{\sigma_{t_{ск}}}{\sigma_{\omega_{д}}};\quad \Phi_{0}(u)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{0}^{u}e^{-\frac{u^{2}}{2}}du.$$

Исследование неравенства (5) при реальных значениях x, k, z показывает, что оно определяет замкнутую область значений, ограниченную двумя корнями уравнения $P_{и}(y)=c$, выражения для которых имеют следующий вид:

$$y_{1}=-k\cdot x(1+z^{2})+\Phi_{0}^{-1}(c-0{,}5)z\sqrt{1+z^{2}};$$
$$y_{2}=x(1+z^{2})-\Phi_{0}^{-1}(c-0{,}5)z\sqrt{1+z^{2}}, \quad (6)$$

где $\Phi_{0}^{-1}(u)$- функция, обратная $\Phi_{0}(u)$.

Следовательно, в частном случае оптимальный алгоритм измерительного контроля состоит в вычислении оценки $\bar{\omega}_{д}=\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}\Omega_{дi}$, являющейся средним арифметическим результатов измерений, и сравнении с оптимальными границами контрольного допуска $\omega_{д\max}=m_{\omega_{1}}+y_{2}\cdot\sigma_{\omega_{1}}$; $\omega_{д\min}=m_{\omega_{д}}+y_{1}\cdot\sigma_{\omega_{д}}$; если $\bar{\omega}_{д}\in[\omega_{д\min},\omega_{д\max}]$, то принимается решение «годен», в противном случае – «не годен».

Допусковый контроль [3] устанавливает факт нахождения контролируемого параметра в допуске или вне допуска без измерения. Введение информационной избыточности в этом случае возможно лишь в виде n-кратной проверки контролируемого параметра и подсчета числа исходов «контролируемый параметр в допуске». Каждая проверка осуществляется путем сравнения контролируемого параметра с границами допуска. Задача синтеза оптимального алгоритма допускового контроля состоит в определении множества исходов «контролируемый параметр в допуске», при получении которых принимается решение «годен», и границ контрольного допуска минимизирующих средний риск.

Вероятность получить ровно m исходов «контролируемый параметр в допуске» и соответственно (n – m) исходов «контролируемый параметр вне допуска» для контролируемого параметра, имеющего значение $\omega_{д}$, равна $C_{n}^{m}\cdot q^{m}(\omega_{д})[1-q(\omega_{д})]^{n-m}$, где C_{n}^{m} – число сочетаний n по m:

$$q(\omega_{д})=\int\limits_{\omega_{д\min}}^{\omega_{д\max}}\varphi(\Omega_{д}-\omega_{д})d\Omega_{д}. \quad (7)$$

Тогда вероятности ошибок допускового контроля будут определяться по формулам:

$$\alpha_{д}(\omega_{д})=\sum_{m\in w_{н}}C_{n}^{m}\cdot q^{m}(\omega_{д})[1-q(\omega_{д})]^{n-m},$$
$$\omega_{д}\in[\omega_{д\min},\omega_{д\max}];$$
$$\beta_{д}(\omega_{д})=\sum_{m\in w_{г}}C_{n}^{m}\cdot q^{m}(\omega_{д})[1-q(\omega_{д})]^{n-m}, \quad (8)$$
$$\omega_{д}\bar{\in}[\omega_{д\min},\omega_{д\max}].$$

Подстановка (8) в (2) и преобразование (1) приводят к следующему выводу: при фиксированном значении d минимальное значение среднего риска достигается в том случае, если в множество wг входят значения m, для которых выполняется условие:

$$P_Д(m,d)=\frac{\int\limits_{\omega_{Дmin}}^{\omega_{Дmax}} f(\omega_Д)\cdot q^m(\omega_Д)[1-q(\omega_Д)]^{n-m}d\omega_Д}{\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(\omega_Д)\cdot q^m(\omega_Д)[1-q(\omega_Д)]^{n-m}d\omega_Д}\geq c, (9)$$

где $P_Д(m, d)$ – апостериорная вероятность годности контролируемого параметра [4].

Полученное неравенство позволяет предложить следующую процедуру определения оптимальных значений $w_{го}$ и d_o. Фиксируется ряд значений (d_1, d_2, ...,d_k). Для каждого значения d_i определяется множество $w_i(d_i)$ значений m, для которых выполняется неравенство (9). Затем по формуле (1) с учетом (2), (8) вычисляются значения среднего риска. Наконец, определяется минимальный риск, который и является полученным с определенной точностью минимальным значением среднего риска при допусковом контроле. Необходимая точность решения задачи достигается выбором соответствующих значений k и применением нескольких итераций.

Таким образом, оптимальный алгоритм допускового контроля состоит в n-кратной проверке нахождения или не нахождения контролируемого параметра в оптимальных границах контрольного допуска $[\omega_{дmin}, \omega_{дmax}]$ и числа исходов «контролируемый параметр в допуске» m. Если $m \in w_{го}$, принимается решение «годен», в противном случае – «не годен».

Оценку эффективности применения рассмотренных способов контроля рассмотрим на примере:

Пусть контролируемый параметр $\omega_д$ распределен по нормальному закону, допуск на него симметричен, потери от правильных решений при контроле равны нулю ($П_{гг}=П_{нн}=0$), потери от ошибочных решений равны между собой ($П_{гн}=П_{нг}=1$). Производится измерительный контроль параметра, погрешность измерения имеет нормальную плотность вероятности. Из условия обеспечения требуемой производительности контроля возможно трехкратное измерение параметра (k=3).

В том случае алгоритм измерительного контроля, как следует из вышеизложенного, заключается в вычислении оценки $\omega_Д$ и ее сравнении с границами контрольного допуска $[\omega_{дmin}, \omega_{дmax}]$. Вычисленный по формулам (1) – (3) средний риск $R_{и\omega_Д} = 0{,}434$.

Пусть при тех же условиях производится допусковый контроль. Решая предложенным методом задачу синтеза алгоритма допускового контроля, находим, что множество значений $w_{го}$ включает значения 2 и 3. Тогда алгоритм допускового контроля состоит в трехкратной проверке нахождения контролируемого параметра в допуске $[\omega_{дmin}, \omega_{дmax}]$ и подсчете числа исходов «контролируемый параметр в допуске» (m). Если m=2 или m=3, принимается решение «годен», если m=0 или m=1 – «не годен». Вычисленный по формулам (1) – (2), (8) средний риск $R_{д\omega_Д} = 0{,}445$.

Из приведенного примера следует, что допусковый контроль не уступает по показателям эффективности измерительному контролю.

Вместе с тем измерительный контроль сложнее в аппаратурной реализации, так как требует вычисления среднего значения контролируемого параметра, а допусковый контроль – только определения, находится ли контролируемый параметр в допуске. Из этого следует, что допусковый контроль параметров безопасности будет предпочтительным и поэтому, с практической точки зрения, может быть более эффективно использован в реальных условиях эксплуатации технических систем.

Литература

1. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. – М.: Советское радио,1975. – 320 с.
2. ГОСТ 16504 – 81. Система государственных испытаний продукции. Испытания и контроль качества продукции. Основные термины и определения. – М.: Изд-во стандартов, 1981. – 28 с.
3. ГОСТ 19919 – 74. Контроль автоматизированный изделий авиационной техники. Термины и определения. – М.: Изд-во стандартов, 1974. – 12 с.
4. Кендель В. Г., Белоконь Р. Н., Кузнецов А. М. Синтез алгоритмов контроля работоспособности изделий / / Техника, экономика. Сер. Контроль и диагностика. – М., 1991. – Вып. 3 - 4. – С. 38 - 41.