а также обеспечит формирование гребня в соответствии с агротехническими требованиями при меньших затратах энергии.


**Библиографический список:**

1. Абдрахманов Р.К. Машины и орудия для междурядной обработки почвы. (Конструкция, теория, расчет, эксплуатация) /Р.К. Абдрахманов. — Казань: Издательство Казанского университета, 2001. - 147 с.

2. Кленин Н.И., Киселев С.Н., Левшин А.Г. Сельскохозяйственные машины.- М.: КолосС, 2008. – 815 с.



*УДК 631.22.01*


# ВРАЩЕНИЕ РАСТЯЖИМОЙ НИТИ


***Ю.М. Исаев, д. т. н., профессор***
***В.Г. Артемьев, д. т.н., профессор***
***Н.М. Семашкин, к. т. н..***
***Т.А. Джабраилов, к. физ..-мат. н., доцент;***
***О.П. Гришин, ст. преподаватель***
***тел. (84231) 55-95-49, isurmi@yandex.ru***
***ФГБОУ ВПО «Ульяновская государственная сельскохозяйственная академия»***



**Ключевые слова:** *вращение растяжимой нити, угловая скорость.*



**Аннотация:** *Рассмотрены теоретические исследования вращения растяжимой нити, закрепленной с обеих сторон на оси вращения. Получены, уравнение равновесия нити, зависимость удлинения нити от угловой скорости её вращения.*


В любом сечении идеально гибкой нити действует сила натяжения *T*, направленная по касательной к нити и распределенная сила с напряженностью *F*. Тогда равновесие нити будет описываться системой дифференциальных уравнений в переменных Лагранжа [1]:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{\mu_0}\dfrac{d}{ds}\left(\dfrac{T}{f}\dfrac{dx}{ds}\right) + X = 0, \\ \dfrac{1}{\mu_0}\dfrac{d}{ds}\left(\dfrac{T}{f}\dfrac{dy}{ds}\right) + Y = 0, \\ \dfrac{1}{\mu_0}\dfrac{d}{ds}\left(\dfrac{T}{f}\dfrac{dz}{ds}\right) + Z = 0, \\ \left(\dfrac{dx}{ds}\right)^2 + \left(\dfrac{dy}{ds}\right)^2 + \left(\dfrac{dz}{ds}\right)^2 = f^2, \end{cases} \tag{1}$$

где $\mu_0$ – плотность не растянутой нити, кг/м$^3$; $T$ – сила натяжения, Н; $f$ – величина равная отношению длины элемента нити к его длине при не растянутой нити.

По осям Х, У, Z направлены проекции напряженности сил $F$ на декартовы оси координат. Функция $f$ характеризует деформацию элемента нити в данный момент времени. При рассмотрении нити в момент времени t, выделяют элемент $MM_1$ длиной dl. Пусть граничные точки М и $M_1$ имеют координаты $s_0$ и $s_0 + ds_0$. Длина элемента равна разности значений координат точек $M_1$ и М в один и тот же момент времени t:

$$dl = s(M_1) - S(M) = \sigma(s_0 + ds_0, t) - \sigma(s_0, t), \quad (2)$$

где σ – нормальное напряжение, Н/м$^2$.

Преобразовав правую часть последнего равенства в ряд Маклорена и ограничиваясь при этом только бесконечно малыми первого порядка, найдем, что если в качестве независимых взяты переменные $s_0$ и t, то длина элемента нити равна частному дифференциалу координаты при неизменном t:

$$dl = \frac{\partial \sigma(s_0, t)}{\partial s_0} ds_0 = f(s_0, t) ds_0. \quad (3)$$

Длина того же элемента при нерастянутой нити $dl_0 = ds_0$, так как при отсутствии деформаций $s = s_0$.

Тогда

$$\frac{dl}{dl_0} = f, \quad (4)$$

т. е. величина $f$ равна отношению длины элемента нити к его длине при нерастянутой нити. Относительная деформация элемента:

$$\varepsilon = \frac{dl - dl_0}{dl_0} = f - 1. \quad (5)$$

В частности, для нерастяжимой нити $f = 1$, для нити, подчиняющейся закону Гука, $f = 1 + \alpha T$, где α – коэффициент растяжимости. Обозначив понятие линейной плотности μ нити как массы ее отрезка, соответствующего изменению координаты на одну единицу, тогда

$$\mu = \frac{\partial m(s, t)}{\partial s}, \quad (6)$$

где $\partial m$ – элементарная масса участка нити, кг.

Аналогично

$$\mu_0 = \frac{\partial m(s_0, t)}{\partial s_0}. \quad (7)$$

В этом случае $\mu_0$ при выборе отсчета координаты $s_0$ можно интерпретировать как плотность нерастянутой нити, или:

$$\mu_0 = f\mu.$$

Откуда получаем значение функции $f$ в каждый момент времени:

$$f=\frac{\mu_0}{\mu},\qquad(8)$$

т. е. отношению плотностей нити в нерастянутом и деформированном состояниях.

Рассматривая задачу о вращении растяжимой нити, закрепленной концами на оси вращения (рис. 1), угловую скорость считают постоянной, весом нити и силами сопротивления движения пренебрегаем. Примем также, что длина нити *l* достаточно мало отличается от расстояния *a* между точками крепления нити, так что $dy/dx \ll 1$. Поэтому, чтобы упростить решение задачи, в дальнейшем пренебрегают членами, содержащими $dy/dx$ в степени выше второй.

Если воспользоваться принципом Даламбера, то рассматриваемая задача решается статически. Единственная действующая на нить, распределенная сила – нормальная сила инерции $F=\omega^2 y$, то уравнения равновесия:

$$\frac{1}{\mu_0}\frac{d}{ds}\left(\frac{T}{f}\frac{dx}{ds}\right)=0 \quad \frac{1}{\mu_0}\frac{d}{ds}\left(\frac{T}{f}\frac{dy}{ds}\right)=-\omega^2 y,\qquad(9)$$

где $\omega$ – угловая скорость, $с^{-1}$.

Принимая

$$ds=\sqrt{1+y'^2}\,dx\approx\left(1+y'^2/2\right)dx,$$

то уравнения равновесия принимают вид:

$$\frac{1}{\left(1+y'^2/2\right)}\frac{d}{dx}\left(\frac{T}{f\left(1+y'^2/2\right)}\right)=0,\qquad(10)$$

$$\frac{1}{\left(1+y'^2/2\right)}\frac{d}{dx}\left(\frac{T}{f\left(1+y'^2/2\right)}y'\right)=-\mu_0\omega^2 y\qquad(11)$$

Из уравнения (4) следует

$$T/f=C_1\left(1+y'^2/2\right),\qquad(12)$$

где $C_1 = const$.

Подставляя найденное значение $T/f$ в уравнение (11), получаем дифференциальное уравнение формы нити:

$$y''=-\frac{\mu_0\omega^2}{C_1}y\left(1+y'^2/2\right).\qquad(13)$$

Воспользуемся подстановкой $y'=u$, $y''=\dfrac{du}{dx}=u\dfrac{du}{dy}$ в результате име-

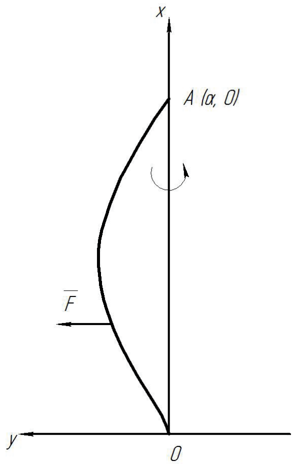


**Рис. 1. Вращение нити**

ем:

$$u\frac{du}{dy}=-\frac{\mu_0\omega^2}{C_1}y\left(1+u^2/2\right). \qquad (14)$$

В силу малости $y'=u\Big/\left(1+u^2/2\right)\approx\left(1-u^2/2\right)$, поэтому уравнение (14) можно записать

$$\left(1-u^2/2\right)u\frac{du}{dy}=-\frac{\mu_0\omega^2}{C_1}y. \qquad (15)$$

Отсюда, интегрированием с учетом малости и получим:

$$\frac{dy}{dx}=u=\sqrt{C_2-\frac{\mu_0\omega^2}{C_1}y^2}, \qquad (16)$$

где $C_2 = const$.

Проинтегрировав равенство (16), имеем:

$$\frac{1}{\omega}\sqrt{\frac{C_1}{\mu_0}}\arcsin\left(\sqrt{\frac{\mu_0\omega^2}{C_1C_2}}\omega y\right)=x+C_3, \qquad (17)$$

где $C_3 = const$. Так как $y = 0$ при $x = 0$, то $C_3 = 0$ и

$$y=\frac{1}{\omega}\sqrt{\frac{C_1C_2}{\mu_0}}\sin\left(\sqrt{\frac{\mu_0}{C_1}}\omega x\right). \qquad (18)$$

Постоянную $C_1$ находят из условия $y = 0$ при $x = a$. Тогда

$$\sin\left(\sqrt{\frac{\mu_0}{C_1}}\omega a\right)=0,$$

$$C_1=\frac{\mu_0\omega^2a^2}{\pi^2k^2}, \qquad (19)$$

где $k = 1, 2,\ldots$

Следовательно

$$y=\sqrt{C_2}\,\frac{a}{\pi k}\sin\left(\frac{\pi k}{a}x\right). \qquad (20)$$

Как видно из уравнения (20), задача имеет бесконечно много решений, а нить – бесконечно много положений равновесия (рис. 2). Величину $C_2$ можно определить, зная длину нити:

$$l=\int_0^a\sqrt{1+y'^2}\,dx\approx\int_0^a\left(1+y'^2/2\right)dx=$$

$$\int_0^a \left(1+\frac{1}{2}C_2\cos^2\left(\frac{\pi k}{a}x\right)\right)dx = a + C_2 a/4 \qquad (21)$$

Откуда

$$C_2 = 4\frac{l-a}{a}.$$

Окончательно форма нити определится по формуле:

$$y = \frac{2\sqrt{a(l-a)}}{\pi k}\sin\left(\frac{\pi k}{a}x\right). \qquad (22)$$

Натяжение нити, как следует из уравнения (12) будет:

$$\frac{T}{f} = \frac{\mu_0\omega^2 a^2}{\pi^2 k^2}\left(1+2\frac{l-a}{a}\cos^2\left(\frac{\pi k}{a}x\right)\right). \qquad (23)$$

Подставляя значение $T = (f-1)/\alpha$ из закона Гука в формулу (23) получим уравнение для определения *f* в зависимости от *x.*

$$(f-1)\big/\alpha = \left(\alpha\mu\omega^2 a/\left(\pi^2 k^2\right)\right)\left(1+2(f-1)\cos^2(\pi k x/a)\right). \qquad (24)$$

Из решения уравнения (24) получаем значение *f*(*x*) равное отношению длины элемента растянутой нити к первоначальной длине нерастянутой нити и тогда форма нити определится по формуле:

$$y = \frac{2a\sqrt{(f(x)-1)}}{\pi k}\sin\left(\frac{\pi k}{a}x\right). \qquad (25)$$

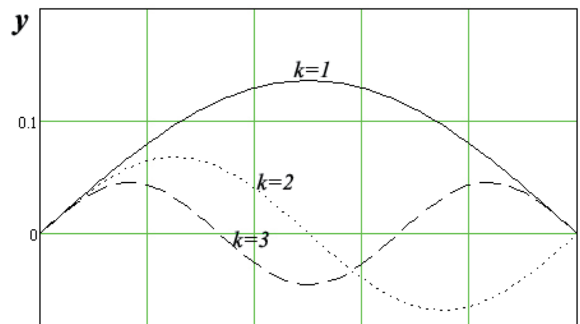


**Рис. 2. Равновесие нити**

На рисунке 2 показаны расчетные зависимости отклонения от оси вращения нити с частотой $\omega$ = 62,8 $с^{-1}$ и с распределенной линейной плотностью μ=0,01 $кг/м^3$, закрепленной в точках на расстоянии *a*= 1 м при *k* =1, 2, 3. Полученные формулы позволяют получить критические значения частот вращения нити, при которых силы натяжения могут превышать ее прочность, а также координаты с наибольшей силой натяжения.

**Библиографический список:**

1. Якубовский Ю.В., Живов В.С., Коритысский Я.И., Мигушов И.И. Основы механики нити. М.; Легкая индустрия – 1973, 271 с.

*УДК 631.22.01*

## СПИРАЛЬНО-ВИНТОВОЙ ПИТАТЕЛЬ

***Ю.М. Исаев, д. т. н., профессор***
***В.С. Кожевников, аспирант***
***Е.В. Гришина, ассистент***
***тел. (84231) 55-95-49, isurmi@yandex.ru***
***ФГБОУ ВПО «Ульяновская государственная сельскохозяйственная академия»***

**Ключевые слова:** *спирально-винтовой питатель, малая металлоемкость, силы, действующие на частицу.*

*Рассмотрено устройство со спирально-винтовым рабочим органом, с изменяющейся частотой вращения, позволяющее сделать конструкцию транспортера более компактной и менее металлоемкой. Получены теоретические закономерности перемещения частицы со спиральным винтом и корпусом кожуха.*

В общем случае устройства для перемещения материалов содержат устройства загрузки, транспортирующую часть – бесстержневой спиральный винт, кожух и разгрузочное устройство. Питатель со спирально - винтовым рабочим органом состоит из расходного бункера (1) с загрузочным люком (2), спираль (3), корпуса (7) с выгрузочным люком (8), асинхронного электродвигателя (4) и электронного преобразователя частоты электрического тока. В корпусе питателя с противоположной от выгрузочного люка стороны выполнен разгрузочный люк (6), снабженный крышкой (5), выполненной заподлицо с внутренней поверхностью корпуса питателя. Спиральный винт имеет возможность реверсивного вращения и снабжен с обеих сторон отбойными лопастями (9), имеющими в сечении форму треугольника. Привод спирально-винтового рабочего органа очень прост, в нем нет промежуточных механизмов для передачи движения от двигателя к рабочему органу.